

Exercice 1

On dispose de trois urnes.

L'urne numéro 1, notée U_1 , contient 2 boules rouges, 3 boules blanches et 5 boules vertes.

L'urne numéro 2, notée U_2 , contient 4 boules rouges, 5 boules vertes.

L'urne numéro 3, notée U_3 , contient 3 boules blanches et 5 boules vertes.

On effectue trois tirages suivant le protocole suivant:

1^{er} tirage: On prend une boule dans l'urne U_1 et on la met dans U_2 .

$2^{ème}$ tirage: On prend une boule dans l'urne U_2 et on la met dans U_3 .

$3^{ème}$ tirage: On prend une boule dans l'urne U_3 et on la met dans U_1 .

1. Sachant que l'on a tiré une boule rouge au deuxième tirage, quelle est la probabilité d'avoir tiré une boule rouge au premier tirage?
2. Quelle est la probabilité d'avoir tiré une boule blanche au premier et au troisième tirage ?
3. Quelle est la probabilité que le contenu de l'urne U_1 n'ait pas varié à l'issue de ces trois tirages?

Exercice 2

Soient (a_1, a_2, \dots, a_n) n réels distincts. On considère l'application :

$$f : \mathbb{R}_{n-1}[X] \rightarrow \mathbb{R}^n \\ P \mapsto (P(a_1), P(a_2), \dots, P(a_n))$$

1. Montrer que f est linéaire
2. Montrer que f est injective
3. En déduire que f est bijective
4. Soit (e_1, e_2, \dots, e_n) la base canonique de \mathbb{R}^n , déterminer pour tout $i \in \llbracket 1; n \rrbracket$, $f^{-1}(e_i)$