Exercice 1
Soit $F = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 | x = y = z\}$.

1. Montrer que F est un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$.
2. Donner une base et la dimension de $\mathbb{R}^4$

Exercice 2
Soit $x_1 = (1,1,1), x_2 = (1,0,0)$ et $x_3 = (1,1,0)$ trois vecteurs de $\mathbb{R}^3$. Quel est le rang de la famille (x_1, x_2, x_3) ?

Exercice 3

1. Soit $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ Calculer A^n pour tout entier naturel n.
2. Soit $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Calculer B^n pour tout entier $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 4
Soit $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. A est-elle inversible ? Si oui, donner son inverse.

Exercice 5
Soit $I = \int_1^2 \frac{t}{t^2+1} dt$. Calculer I

Exercice 6
Soit $I = \int_0^1 \frac{t}{\sqrt{t^2+1}} dt$. Calculer I

Exercice 7
Soit $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Soit $u : \begin{array}{cc} \mathbb{R}^3 & \to \mathbb{R}^3 \\ X & \to BX \end{array}$

1. Justifier que u est une application linéaire.
2. Quel est le rang de u ? En déduire la dimension du noyau de u.
3. Donner une base du noyau de u

Exercice 8
Soit $I = \int_1^2 te^t dt$. A l'aide d'une intégration par parties, calculer I.

Exercice 9
Soit $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ Calculer A^n pour tout entier naturel n. Soit $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Calculer B^n pour tout entier $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 10
On définit la fonction G par $\forall x \in \mathbb{R}, G(x) = \int_0^x \frac{dt}{\sqrt{t^2+1}}$. Montrer que G est impaire. Montrer que G est dérivable et dériver G.

Exercice 11

1. On définit une fonction

$$f : [2; +\infty[\to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$$

   (a) Démontrer que $\forall x \geqslant 2, \frac{1}{x} \leqslant f(x) \leqslant \frac{1}{\sqrt{x-1}}$

   (b) Pour tout entier n supérieur ou égal à 2, on définit $I_n = \int_2^n f(x)dx$. Déduire de (a) un encadrement de I_n.