❑ **Exercice 6.3.** — On désigne par p un réel de $]0, 1[$ et on considère une variable aléatoire X dont la loi est donnée par :

$$P(X=1)=p \text{ et } P(X=-1)=1-p.$$

1. Calculer l'espérance et la variance de X.

2. On pose $Y=\dfrac{1+X}{2}$. Quelle est la loi de la variable aléatoire Y ?

3. On pose $Z=\dfrac{1-X}{2}$. Quelle est la loi de la variable aléatoire Z ?

❑ **Exercice 6.7.** — On désigne par p un réel de $]0, 1[$. On suppose que la fonction de répartition F d'une variable aléatoire X à valeurs dans $\mathbb{N}^*$ vérifie : $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ F(n)=1-(1-p)^n$.
Donner la loi de X.

❑ **Exercice 6.11.** — On désigne par n un entier naturel supérieur ou égal à 2 et on dispose d'une urne contenant n boules blanches et n boules noires, ces boules étant, bien sûr, indiscernables au toucher.
On effectue dans cette urne deux tirages successifs au hasard d'une boule sans remettre la première boule tirée dans l'urne. On note X la variable aléatoire qui vaut 1 si l'on obtient deux boules de même couleur et qui vaut 0 sinon. Donner la loi de X et rappeler son espérance et sa variance.

❑ **Exercice 6.12.** — On procède à n épreuves consistant chacune à lancer un dé blanc et un dé vert, les faces de chaque dé étant numérotées de 1 à 6. On note X la variable aléatoire égale au nombre de fois où l'on obtient une paire (c'est-à-dire deux numéros identiques). Quelle est la loi de X ?

❑ **Exercice 6.13.** — On désigne par n un entier naturel supérieur ou égal à 2 et par k un entier naturel non nul. On dispose d'une urne contenant n boules numérotées de 1 à n et indiscernables au toucher.
On effectue dans cette urne une suite de k tirages d'une boule au hasard avec remise à chaque fois de la boule tirée dans l'urne. Pour tout i de $[\![1, n]\!]$, on note X_i la variable aléatoire égale au nombre de fois où l'on a obtenu la boule portant le numéro i lors de ces k tirages.
Donner la loi de X_i, ainsi que son espérance et sa variance.

❑ **Exercice 6.14.** — On reprend la situation décrite dans l'**exercice 6.11.** On désigne donc par n un entier naturel supérieur ou égal à 2 et on dispose d'une urne contenant n boules blanches et n boules noires, ces boules étant, bien sûr, indiscernables au toucher.
On considère l'épreuve aléatoire consistant à piocher au hasard une boule de cette urne, sans la remettre, puis à piocher, toujours au hasard, une deuxième boule, et enfin à remettre les deux boules piochées dans l'urne.
On effectue k fois cette épreuve et on note Z_k la variable aléatoire égale au nombre de fois où l'on a obtenu deux boules blanches. Donner la loi de Z_k, ainsi que son espérance et sa variance.

❑ **Exercice 6.15.** — On considère un entier naturel n supérieur ou égal à 2 et on dispose d'une urne contenant $2n$ boules numérotées de 1 à n, chaque numéro apparaissant deux fois.
On effectue au hasard une suite de tirages simultanés de deux boules de cette urne et tant que les deux boules tirées ne portent pas le même numéro, elles sont remises dans l'urne avant de procéder au tirage suivant. On note T la variable aléatoire égale au rang où l'on obtient pour la première fois deux boules de même numéro. Déterminer la loi de T ainsi que son espérance et sa variance.